Prof. Dr. Klaus Morawetz

Übung Theoretische Optik 2010: **Prüfung: 6+1 Aufgaben 30+5 Punkte**

1/18 Leiten Sie aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik, dem Zusammenhang zwischen Lichtdruck und Energiedichte $p = u(T)/3$ sowie einer reversiblen Prozeßführung das Stefan-Boltzmann Gesetz her.

2/18 Wie groß ist die Temperatur auf der Sonnenoberfläche, wenn die Intensität der Sonnenstrahlung ein Maximum bei 500nm hat? (Ein schwarzer Körper hat bei Zimmertemperatur (290K) ein Maximum bei 10μm.)

3/18 Auf welche Temperatur kann die Sonne einen schwarzen Körper auf der Erde maximal aufheizen, wenn die Intensität der Sonneneinstrahlung 0.1W/cm^2 beträgt und die Stefan-Boltzmannkonstante 7.55×10^{-16}Ws/m^{3}K^4 ?

4/18 Geben Sie die Maxwellgleichungen in differentieller oder integraler Form an.

5/18 Beweisen Sie mit Hilfe des Gauß'schen Gesetzes, daß das elektrische Feld auf der Oberfläche eine Leiters senkrecht steht und Betrag σ/ϵ hat (Ladungsdichte pro Fläche).

6/18 Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Ausdrücke, wenn die Phasengeschwindigkeit $v(k) = c/n(\omega(k))$ ist:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}} = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}.$$

7/18 Aus dem Vektorpotential der Dipolstrahlung

$$\vec{A}(\vec{r}) = -i\frac{\mu_0 \omega}{4\pi}\vec{p}\frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r}$$

mit dem Dipolmoment $\vec{p}$ berechne man das magnetische und elektrische Feld der Fernzone. (Hinweis: $\nabla \times \vec{p} f(r) = -\vec{p} \times \nabla f(r)$, Ausbreitungsrichtung $\vec{e} = \vec{r}/r$)

8/18 Berechnen Sie die Intensitätsverteilung der Beugung von monochromatischem Licht an einer rechteckigen Scheibe (Länge a, Breite b) in Frauenhoferscher Näherung.

9/18 Zeigen Sie aus der Darstellung des Hamiltonian eines harmonischen Oszillators in 2. Quantisierung $H = \hbar\omega(a^+ a + \frac{1}{2})$, daß gilt

$$[H, a^+] = \hbar\omega a^+$$

10/18 Berechnen Sie für den einheitenlosen (Quadratur) Ortsoperator $x = (a + a^+)/2$ den Mittelwert und den Mittelwert des Quadrates in Besetzungszahldarstellung. Berechnen Sie dazu zuerst die Matrixdarstellung.

11/18 Aus der Definition der kohärenten Zustände als Eigenvektoren zum Vernichtungsoperator $a|\alpha >= \alpha|\alpha >$ zeigen Sie die Darstellung des kohärenten Zustandes in Besetzungszahldarstellung und zeigen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung n Photonen in diesem kohärenten (Glauber) Zustand zu finden. (Hinweis: Benutzen Sie $|n >= a^n/\sqrt{n!}|0 >$ und die Normierung des Zustandes auf 1)

12/18 Berechnen Sie die Photonenzahlfluktuation im kohärenten Zustand.

13/18 Berechnen Sie für die einheitenlosen Quadraturoperatoren $x = (a + a^+)/2$ und $x = i(a^+ - a)/2$ den Mittelwert und den Mittelwert des Quadrates in kohärenten Zuständen. Wie sieht die jeweilige Standardabweichung (Fluktuation) aus?

14/18 Für die einheitenlose Photonenmode $a\mathrm{e}^{i\chi} + a^+\mathrm{e}^{-i\chi}$ beechnen Sie den Mittelwert in der Darstellung kohärenter Zustände.

15/18 Wie sieht die 2. Ordnung Korrelationsfunktion für Einzelmoden aus als Funktion der Erwartungswerte der Photonenzahl und Fluktuation? Berechnen Sie die Korrelationsfunkion für kohärente Zustände.

16/18 Mittels eines Hanbury Brown-Twiss Interferrometers werde ein Lichtstrahl gemessen, der eine Photonenzahl von $1 + n$ habe, wobei n poissonverteilt ist. Zeigen Sie, daß die gemessene 2. Ordnung Kohärenz gegeben ist durch

$$g^{(2)} = 1 - \frac{1}{(1+ < n >)^2}$$

17/18 Betrachten Sie einen Lichtstrahl, der durch die Überlagerung zweier stabiler Wellen mit den elektrischen Feldern

$$E(z,t) = E_1\mathrm{e}^{ik_1 z - i\omega_1 t} + E_2\mathrm{e}^{ik_2 z - i\omega_2 t}$$

gebildet wird. Zeigen Sie, daß das Licht in erster Ordnung kohärent in allen Paaren von Punkten ist.

18/18 Wie groß muß das Volumen sein, damit die Vakuumfeldamplitude 1V/m erreicht? ($c = 3 \times 10^8$m/s, $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$F/m, $\hbar = 1.055 \times 10^{-34}$Js)