

Zusatzaufgaben (Tutorien) mit * gekennzeichnet

Übungen Mathematik IIIA 6.1.11 Abgabe: 13.1.11

Komplexe Funktionentheorie (20+7 Punkte)

1. Berechnen Sie die Integrale (4+2 Punkte)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx, \quad * \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + 1}{x^4 - 1} dx, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin ax}{x - b} dx$$

2. Berechnen Sie das Integral (4 Punkte)

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$$

indem Sie zuerst das Integral $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix}}{x} dx$ bestimmen.

3. Berechnen Sie die Integrale (6+3 Punkte)

$$* \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^3 + 1}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4 + 1}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^5 + 1}$$

4. Bestimmen Sie das Residuum von

$$f(z) = \frac{5z}{(z^2 - 4)(z^2 + 1)}$$

an der Stelle $z = 0$ getrennt nach den 2 Bereichen $|z| \in (0, 2)$ und $*|z| \in (2, \infty)$ (2+2 Punkte) und berechnen Sie das Integral $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ einmal durch Aufsuchen der Stammfunktion als Cauchy-Hauptwert (2 Punkte) und einmal mit Hilfe des Residuensatzes (2 Punkte).