

Zusatzaufgaben mit * gekennzeichnet

Übungen Mathematik II 30.4.10 Abgabe: 6.5.10

Integralrechnung in R^n (14+11 Punkte)

1. Berechnen Sie den Flächeninhalt des vierblättrigen Kleeblattes (Skizzes) (**3 Punkte**)

$$r = |\sin 2\varphi| \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi.$$

2. Bestimmen Sie die Mantelflächen der Körper, die durch Drehung der jeweiligen Kurven um die **angegebene** Achse entstehen: (**4+2 Punkte**)

$$\begin{array}{lll} x = y^3 & y \in [0, 1] & \text{Drehung um die } y\text{-Achse} \\ y^2 + 4x = 2 \ln y & y \in [1, 3] & \text{Drehung um die } x\text{-Achse} \\ * \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 & & \text{Ellipse Drehung um die } x\text{-Achse} \end{array}$$

3. Stellen Sie die Gleichungen für die Tangentialebenen an die Flächen (**2+2 Punkte**)

$$\begin{array}{ll} z = 2x^2 - 4y^2 & \text{im Punkt } (2, 1, 4) \\ *x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0 & \text{im Punkt } (1, 2, -1) \end{array}$$

auf.

4. Berechnen Sie die folgenden Mehrfachintegrale, nachdem Sie zu jeweils angepaßten Koordinaten übergegangen sind: (**2+4 Punkte**)

$$\begin{array}{ll} \iint_B \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dx dy & B \text{ ist durch } x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0 \text{ festgelegt.} \\ * \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{+\sqrt{1-x^2}} dy \int_0^a dz & \text{Skizze des Integrationsbereiches!} \\ * \iiint_B \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2+y^2+(z-2)^2}} & B = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\} \end{array}$$

5. Die Massendichte einer quadratischen Platte mit der Seitenlänge $2a$ ist dem Quadrat des Abstandes vom Schnittpunkt der Diagonalen proportional und in den Plattenecken gleich 1. Welche Masse besitzt die Platte? (**3 Punkte**)
6. *Ein ebener Ring ist von zwei konzentrischen Kreisen mit den Radien R_1 und R_2 begrenzt. Die Massendichte nimmt umgekehrt proportional zum Abstand vom Mittelpunkt der Kreise ab und ist auf dem Innenrand gleich 1. Welche Masse besitzt der Ring? (**+3 Punkte**)