

Zusatzaufgaben (Tutorien) mit * gekennzeichnet

Übungen Mathematik IA/B 18.11.10 Abgabe: 2.12.10

IA Differentialrechnung (15+7 Punkte)

1. In welchen Punkten und unter welchem Winkel schneiden sich die Kurven (**2+2 Punkte**)

$$y_1 = 2 + x - \frac{1}{4}x^2; y_2 = -x + 5 \quad * y_1 = x^2; 3x - y_2 - 2 = 0$$

2. Ein Körper wird so beschleunigt, dass sich seine Geschwindigkeit v in Abhängigkeit von der Zeit t nach der Gleichung

$$v = v_0 (1 - e^{-bt}); \quad v_0 = 10 \frac{m}{s}; \quad b = 2s^{-1}$$

ändert. Wie groß ist die Beschleunigung zu Beginn und nach $2s$ (**2 Punkte**)?

3. Bestimmen Sie bei folgenden Beziehungen die Ableitungen $\frac{dy}{dx}$ und schreiben Sie diese als Funktion von y (**1+1 Punkte**):

$$(1 + y^4)x = 1 - y^4 \quad * x = y^3 - 4y + 1$$

4. Bilden Sie die Ableitung der folgenden Funktionen, indem Sie zuerst logarithmieren und dann differenzieren (**5+4 Punkte**):

$$y = x^{\frac{1}{x}}; y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x; y = (x^2 + 1)^{\sin x}$$
$$y = x^{x^2}; y = (x^x)^2; \quad * y = x^3 e^{x^2} \sin 2x$$
$$*y = x^{3/x}; \quad * y = \left(\frac{2x}{1+x}\right)^{x^2}; \quad * y = (x^2 + 1)^{\cos x}$$

5. Lösen Sie folgende "Extremwertaufgabe mit Nebenbedingungen":
Ein Weg der Breite a biege rechtwinklig ab und habe danach die Breite b . Der Weg werde auf beiden Seiten von senkrechten Häuserfronten begrenzt. Wie lang darf ein Balken maximal sein (Durchmesser sei vernachlässigbar klein), damit er in waagrechter Lage um die Ecke getragen werden kann (Skizze anfertigen)? (**3 Punkte**)
6. Entwickeln Sie das Polynom $x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ nach Potenzen von $(x + 1)$. (**2 Punkte**)

IB Vektoren (4+2 Punkte)

1. Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\vec{y} = A \cdot \vec{x} \quad \text{mit } A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & -4 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{und } \vec{y} = \begin{pmatrix} 11 \\ -17 \\ 5 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe

- (a) der inversen Matrix (**2 Punkte**) A^{-1}
(b) *der Cramerschen Regel (**2 Punkte**)
(c) des Gaußschen Algorithmus (**2 Punkte**)